MATEMATYKA kl. III Br/ZSZ me

Lekcja ... data 04.05.2020r

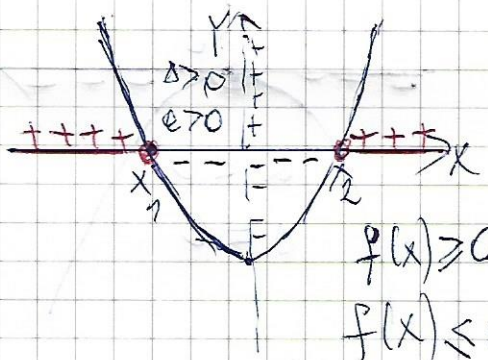
Temat: Nierówności kwadratowe. (przepisać wszystko do zeszytu)

Nierówność kwadratowa może mieć postać:

$ax^2+bx+c>0$ lub $ax^2+bx+c<0$ – nierówność ostra

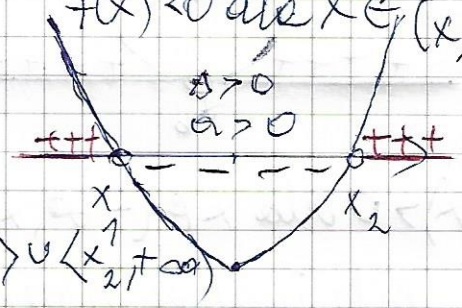
lub $ax^2+bx+c\geq 0$ lub $ax^2+bx+c\leq 0$ – nierówność nieostra

Rozwiązać nierówność kwadratową znaczy odpowiedzieć na pytanie: dla jakich argumentów x, wartości funkcji f(x) są odpowiednio: dodatnie, ujemne, nieujemne, niedodatnie np:



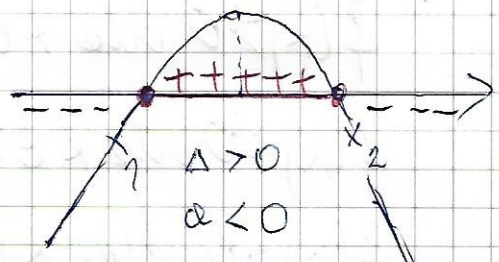

$f(x)>0$ dla $x\in(-\infty,x_1)\cup(x_2$

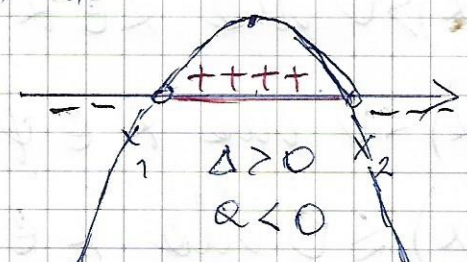
$f(x)<0$ dla $x\in(x_1;x_2)$




$f(x)\geq 0$ dla $x\in(-\infty,x_1\rangle\cup\langle x_2,+\infty)$

$f(x)\leq 0$ dla $x\in\langle x_1;x_2\rangle$



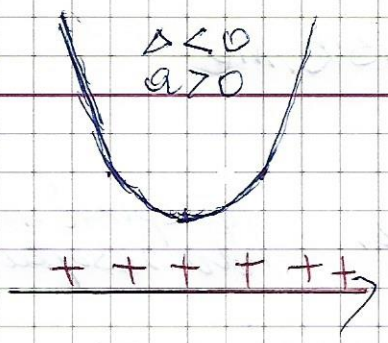




$f(x)\geq 0$ dla $x\in\langle x_1;x_2\rangle$

$f(x)>0$ dla $x\in(x_1;x$

$f(x)\leq 0$ dla $x\in(-\infty,x_1\rangle\cup\langle x_2,+\infty)$

$f(x)<0$ dla $x\in(-\infty,x_1)\cup(x_2$

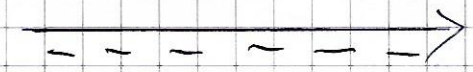


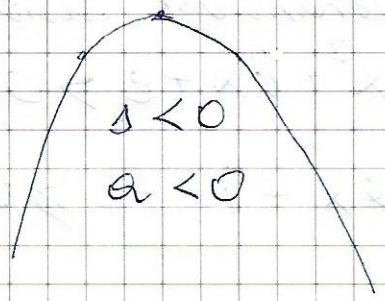

$f(x)>0$ dla $x \in (-\infty, \infty)$
czyli dla $x \in R$

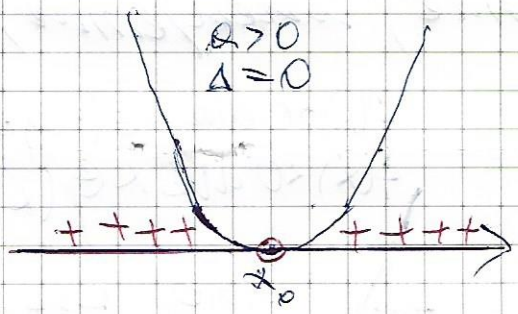
$f(x)<0$ dla $x \in \emptyset$
(funkcja nie przyjmuje wartości ujemnych)
(parabola leży nad osią x)

$f(x)>0$ dla $x \in \emptyset$
(funkcja nie przyjmuje wartości dodatnich)

$f(x)<0$ dla $x \in R$





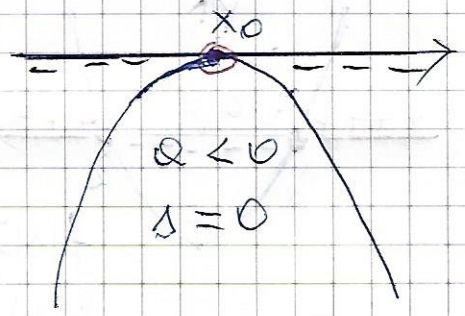

$f(x)>0$ dla $x \in (-\infty, x_0) \cup (x_0; +\infty)$
lub inaczej możemy zapisać:

$f(x)>0$ dla $x \in R \setminus \{x_0\}$

$f(x)<0$ dla $x \in \emptyset$

$f(x) \leq 0$ dla $x \in \{x_0\}$

$f(x) \geq 0$ dla $x \in R$




$f(x)>0$ dla $x \in \emptyset$

$f(x)<0$ dla $x \in R \setminus \{x_0\}$

$f(x) \geq 0$ dla $x \in \{x_0\}$

$f(x) \leq 0$ dla $x \in R$

Przykłady:

1. Rozwiąż nierówności:

a) $x^2-4x-5\geq 0$

b) $2x^2-7x-4\leq 0$

c) $x^2+9x+14<0$

d) $-x^2+5x+6>0$

e) $-\frac{1}{2}x^2+x+4\geq 0$

f) $(x-6)(x+4)<0$

g) $-(x-3)(x+1)\geq 0$

Uwaga! Do rozwiązania nierówności kwadratowej nie potrzeba dokładnego wykresu odpowiedniej funkcji; wystarczy miejsca zerowe funkcji i wiedza o tym, czy ramiona paraboli są skierowane do góry tzn. czy $a>0$, czy w dół, tzn. czy $a<0$.

odpowiedzi, czyli rozwiązania nierówności odczytujemy z wykresów.

Ad a) $x^2-4x-5\geq 0$

$a=1,\ b=-4,\ c=-5$

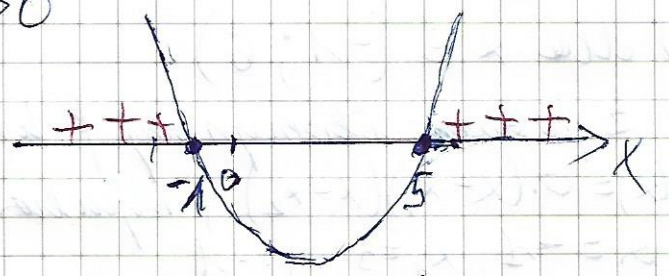
$\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\cdot 1\cdot(-5)=16+20=36>0$

$\sqrt{\Delta}=6$

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-4)-6}{2\cdot 1}=\frac{4-6}{2}=\frac{-2}{2}=-1,\ (-1,0)$

$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-4)+6}{2\cdot 1}=\frac{4+6}{2}=\frac{10}{2}=5,\ (5,0)$

$a=1>0$




Odp.: $f(x)\geq 0$ czyli $x^2-4x-5\geq 0$ dla $x\in(-\infty,-1\rangle\cup\langle 5,+\infty)$

Ad b)

$$2x^2-7x-4\le 0$$

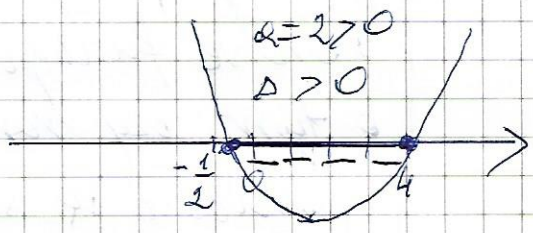
$a=2,\ b=-7,\ c=-4$

$\Delta=b^2-4ac=(-7)^2-4\cdot 2\cdot(-4)=49+32=81>0$

$\sqrt{\Delta}=9$

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-7)-9}{2\cdot 2}=\frac{7-9}{4}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$, $\left(-\frac{1}{2},0\right)$

$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-7)+9}{2\cdot 2}=\frac{7+9}{4}=\frac{16}{4}=4$, $(4,0)$




przedział obustronnie domknięty

Odp.: $f(x)\le 0$ tzn. $2x^2-7x-4\le 0$ dla $x\in\langle -\frac{1}{2};4\rangle$.

Ad d) $-x^2+5x+6>0$

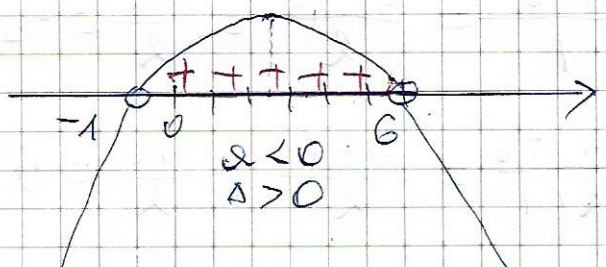
$a=-1<0,\ b=5,\ c=6$

$\Delta=b^2-4ac=5^2-4\cdot(-1)\cdot 6=25+24=49>0$

$\sqrt{\Delta}=7$

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5-7}{2\cdot(-1)}=\frac{-12}{-2}=6$, $(6,0)$

$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-5+7}{2\cdot(-1)}=\frac{2}{-2}=-1$, $(-1,0)$



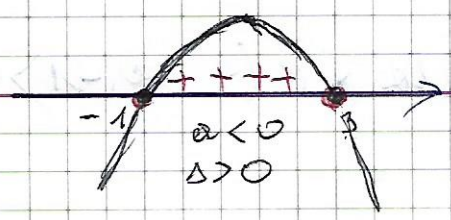

przedział obustronnie otwarty

Odp.: $-x^2+5x+6>0$ dla $x\in(-1;6)$.

Ad g) $-(x-3)(x+1)\ge 0$, z postaci iloczynowej f. kwadrat. $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$, wyjaśnia, że

$a=-1,\ x_1=3,\ x_2=-1$

$a=-1,\ x_1=3,\ x_2=-1$




Odp.: $-(x-3)(x+1)\ge 0$ dla $x\in\langle -1;3\rangle$.

Proszę domowa – rozwiązać pozostałe nierówności: c, e, f i przysłać do mnie.