

Lekcja data 11.05.2020r

Temat: Wartość największa i najmniejsza funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym $\langle a, b \rangle$.

Zastosowanie funkcji kwadratowej w zadaniach z treścią w kontekście praktycznym.

/Temat lekcji wraz z rozwiązanymi przykładami wpisujecie do zeszytu, a sprawdzian- patrz drugi załącznik, proszę przesłać do mnie oczywiście rozwiązany./

Przykład 1.

Wyznacz wartość najmniejszą oraz największą funkcji: $y = -2x^2 + 8x - 1$ w przedziale $\langle -1; 4 \rangle$.

- Obliczamy wartości funkcji na końcach przedziału tzn.

$$\text{dla } x = -1, \text{ czyli } f(-1) = -2 \cdot (-1)^2 + 8 \cdot (-1) - 1 = -2 \cdot 1 - 8 - 1 = -2 - 8 - 1 = -11$$

$$\text{dla } x = 4, \text{ czyli } f(4) = -2 \cdot 4^2 + 8 \cdot 4 - 1 = -2 \cdot 16 + 32 - 1 = -32 + 32 - 1 = -1$$

-Wyznaczamy współrzędne wierzchołka paraboli $(p; q)$, podstawiając do wzorów: $a = -2, b = 8, c = -1$

$$x_w = p = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{2 \cdot (-2)} = 2,$$

$$y_w = q = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{56}{4 \cdot (-2)} = -\frac{56}{-8} = 7, \quad \Delta = b^2 - 4ac = 64 - 4 \cdot (-2) \cdot (-1) = 64 - 8 = 56,$$

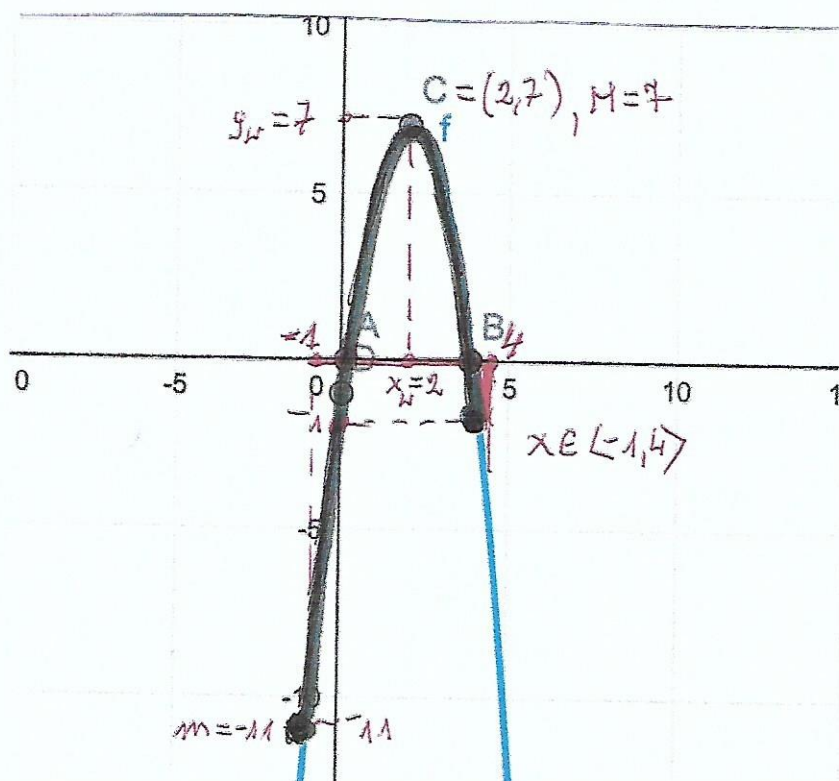
$$W = (2; 7),$$

-Zauważmy, że $x_w = 2$ należy do przedziału domkniętego $\langle -1; 4 \rangle$ zatem największą wartość funkcja przyjmuje w wierzchołku dla $x_w = 2$ i wynosi $y_w = 7$, co zapisujemy $M(2) = 7$.

Najmniejszą wartość funkcja przyjmuje dla $x = -1$ i wynosi -11 , co zapisujemy $m(-1) = -11$

Odp.: Największa wartość funkcji w przedziale $\langle -1; 4 \rangle$ wynosi 7, a najmniejsza -11.

Ilustracja graficzna:/rozpatrujemy tę część wykresu funkcji, która zawarta jest w przedziale domkniętym $\langle -1; 4 \rangle$, na rys. ozn. kolorem czarnym./



Przykład 2.

Oblicz wartość najmniejszą oraz największą funkcji $y = x^2 + 4x + 8$ w przedziale domkniętym $\langle -1; 1 \rangle$.

$a = 1, b = 4, c = 8$

- Obliczamy wartości funkcji na końcach przedziału:

$$f(-1) = (-1)^2 + 4 \cdot (-1) + 8 = 1 - 4 + 8 = 5$$

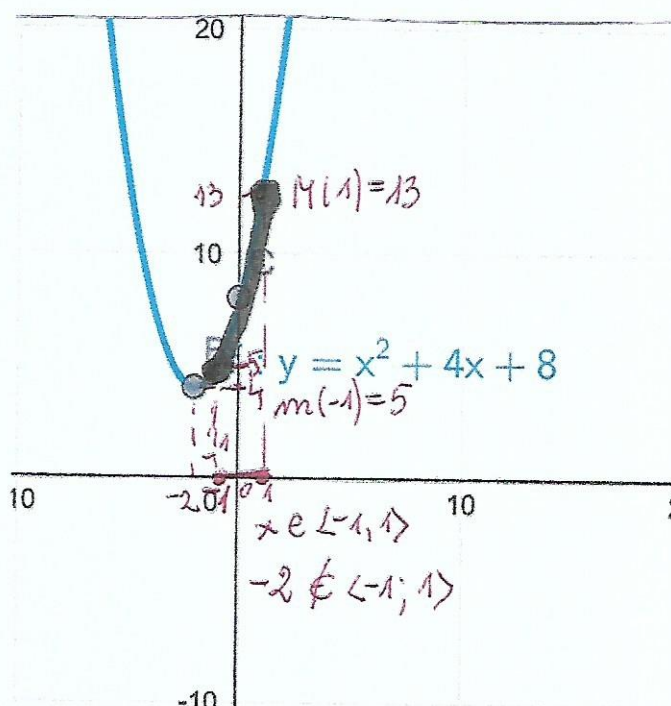
$$f(1) = 1^2 + 4 \cdot 1 + 8 = 1 + 4 + 8 = 13$$

- Wyznaczamy $x_w = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2} = -2$, ale -2 nie należy do przedziału $\langle -1; 1 \rangle$ zatem przyjmujemy: wartość największą dla $x = 1$ i wynosi 13, czyli $M(1) = 13$,

wartość najmniejszą dla $x = -1$ i wynosi 5, czyli $m(-1) = 5$.

Odp.: $M(1) = 13, m(-1) = 5$.

Ilustracja graficzna wykresu funkcji:



Przykład 3.

Oblicz wymiary prostokątnej działki o powierzchni 288 m^2 , jeśli jeden jej bok jest dwukrotnie dłuższy od drugiego.

Niech x i y oznaczają długości boków prostokątnej działki.

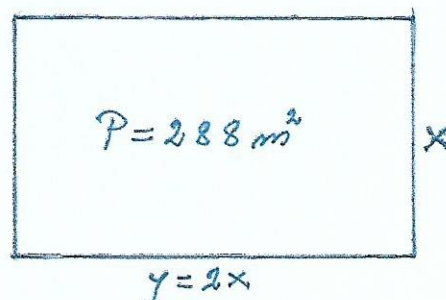
Niech x oznacza długość jednego boku prostokąta, wówczas długość drugiego boku wynosi $y = 2x$;

Pole prostokąta $P = x \cdot y$ i $P = 288$, wówczas:

$$P = x \cdot 2x,$$

$P = 2x^2$ i $P = 288$, otrzymujemy równanie:

$$2x^2 = 288/2$$



$$x^2 = 144$$

$x = 12$ i $x > 0$ (długość boku działki nie może być ujemna),

$$y = 2 \cdot 12$$

$$y = 24$$

Odp.: Wymiary działki to: 12m x 24m.

Sprawdzenie: $12\text{m} \cdot 24\text{m} = 288\text{m}^2$.