

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1 – 25 wybierz jedną poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0 – 1)

Ile liczb całkowitych  $x$  spełnia warunek  $\sqrt{x} \in \langle 3; 6 \rangle$ ?

- A. 3                      B. 26                      C. 27                      D. 54

### Zadanie 2. (0 – 1)

Liczbą przeciwną do liczby  $\frac{-3^6 \cdot 8^6}{48^5}$  jest:

- A.  $-\frac{3}{4}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $-\frac{4}{3}$                       D.  $\frac{4}{3}$

### Zadanie 3. (0 – 1)

Liczba  $\log_{\sqrt{3}} 9$  jest równa:

- A. 2                      B.  $\frac{1}{2}$                       C. 4                      D.  $\frac{1}{4}$

### Zadanie 4. (0 – 1)

Na początku roku poparcie dla partii X wynosiło 24%. Po trzech miesiącach poparcie dla tej partii wzrosło o 8 punktów procentowych. O ile procent wzrosło poparcie dla partii X w ciągu tych trzech miesięcy?

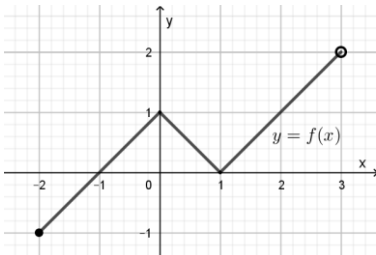
- A. o 8%                      B. o  $33\frac{1}{3}\%$                       C. o 25%                      D. o 32%

### Zadanie 5. (0 – 1)

Dziedziną funkcji  $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$  jest przedział:

- A.  $(-\infty, 2)$                       B.  $(-\infty, 2)$                       C.  $\langle 2, +\infty$                       D.  $(2, +\infty)$

### Zadanie 6. (0 – 1)



Na rysunku obok przedstawiony jest wykres funkcji  $y = f(x)$ , której dziedziną jest przedział  $\langle -2, 3 \rangle$ . Największą liczbą całkowitą należącą do dziedziny funkcji  $g(x) = f(x + 2)$  jest liczba:

- A. 4                      B. 5                      C. 0                      D. 1

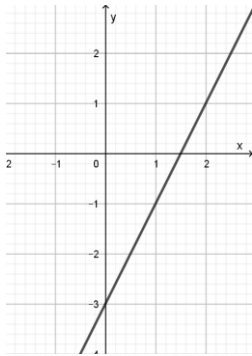
### Zadanie 7. (0 – 1)

Równanie  $\frac{4(x^3 - 8)(x^2 + 9)(4x - x^2)}{x^2 - 4}$ :

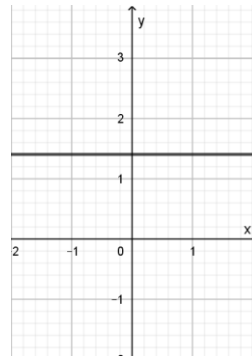
- A. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste                      B. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste  
C. ma dokładnie cztery rozwiązania rzeczywiste                      D. ma dokładnie pięć rozwiązań rzeczywistych

**Zadanie 8. (0 – 1)**

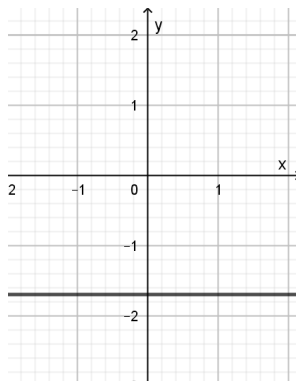
Wykres funkcji liniowej, która ma ujemne miejsce zerowe, jest na rysunku:



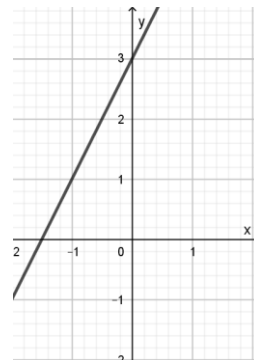
A.



B.



C.



D.

**Zadanie 9. (0 – 1)**

Prosta  $l$  o równaniu  $y = (2 - m)x + 2$  jest równoległa do prostej  $k$  o równaniu  $y = (m + 1)x + m^2$ .

Współczynnik kierunkowy prostej  $l$  jest równy:

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $-\frac{3}{2}$

C.  $\frac{3}{2}$

D.  $\frac{7}{2}$

**Zadanie 10. (0 – 1)**

Maksymalny przedział, w którym funkcja kwadratowa  $f(x) = 3x^2 - 24x + 12$  jest malejąca, to:

A.  $(-\infty, 8)$

B.  $(-\infty, 4)$

C.  $\langle 4, +\infty$

D.  $\langle 8, +\infty$

**Zadanie 11. (0 – 1)**

Największa wartość funkcji  $f(x) = -2x^2 - 4x + c$  w przedziale  $\langle 1, 3 \rangle$  jest równa 6. Zatem:

A.  $c = 0$

B.  $c = 4$

C.  $c = 12$

D.  $c = 36$

**Zadanie 12. (0 – 1)**

W ciągu geometrycznym  $(a_n)$  dane są wyrazy  $a_8 = \sqrt{3}$  i  $a_9 = \sqrt{27}$ . Iloraz ciągu  $(a_n)$  jest równy:

A.  $\sqrt{24}$

B.  $2\sqrt{3}$

C.  $\sqrt{3}$

D. 3

**Zadanie 13. (0 – 1)**

Ciąg  $(x, y, z)$  jest ciągiem arytmetycznym, w którym  $x + z = -12$ . Wtedy:

A.  $y < -7$

B.  $-7 \leq y < -5$

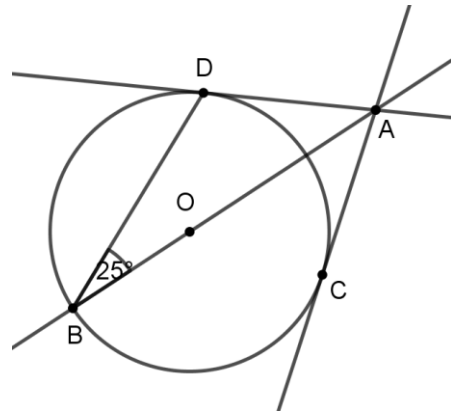
C.  $-5 \leq y < 7$

D.  $y \geq 7$ .

**Zadanie 14. (0 – 1)**

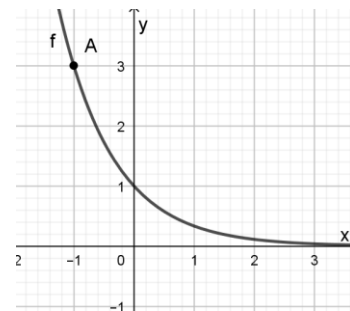
Proste AC i AD są styczne do okręgu o środku O i promieniu  $r$  w punktach C i D (rysunek obok). Prosta AO przecina ten okrąg w punkcie B takim, że  $|AB| > 2r$  i  $|\sphericalangle DBA| = 25^\circ$ . Miara kąta DAC jest równa:

- A.  $50^\circ$       B.  $80^\circ$       C.  $100^\circ$       D.  $130^\circ$

**Zadanie 15. (0 – 1)**

Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji wykładniczej  $f$  określonej wzorem  $f(x) = a^x$ . Do wykresu tej funkcji należy punkt  $A = (-1, 3)$ . Podstawa  $a$  potęgi jest równa:

- A. 3      B. -3      C.  $\frac{1}{3}$       D.  $-\frac{1}{3}$

**Zadanie 16. (0 – 1)**

Dany jest trójkąt równoramienny rozwartokątny o polu 25. Ramię tego trójkąta ma długość 10. Kąt między ramionami ma miarę:

- A.  $30^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $120^\circ$       D.  $150^\circ$

**Zadanie 17. (0 – 1)**

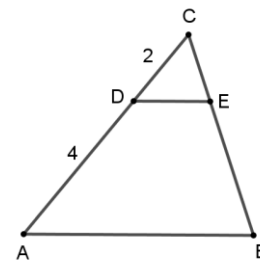
Boki trójkąta prostokątnego mają długości  $a$ ,  $a + 7$  i  $a + 8$ . Zatem:

- A.  $a = 5$       B.  $a = \sqrt{15}$       C.  $a = 10$       D.  $a = 3$

**Zadanie 18. (0 – 1)**

W trójkącie ABC poprowadzono odcinek DE równoległy do boku AB (rysunek obok). Wiadomo, że  $|CD| = 2$ ,  $|AD| = 4$  i pole trójkąta CDE jest równe 12. Pole trójkąta ABC jest równe:

- A. 24      B. 36      C. 48      D. 108

**Zadanie 19. (0 – 1)**

Dane są punkty o współrzędnych  $A = (-1, 2)$  i  $B = (2, 6)$ . Promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym o boku AB ma długość:

- A. 5      B.  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

**Zadanie 20. (0 – 1)**

Obwód prostokąta jest równy 48 cm, a długości jego boków pozostają w stosunku 3 : 5. Pole tego prostokąta jest równe:

- A.  $135 \text{ cm}^2$       B.  $540 \text{ cm}^2$       C.  $15 \text{ cm}^2$       D.  $270 \text{ cm}^2$

**Zadanie 21. (0 – 1)**

Ostrosłup ma 15 wierzchołków. Liczba wszystkich krawędzi tego ostrosłupa wynosi:

- A. 14                      B. 15                      C. 28                      D. 30

**Zadanie 22. (0 – 1)**

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna ma długość 4. Przekątna tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy  $\frac{2}{3}$ .

Objętość tego graniastosłupa jest równa:

- A. 9                      B. 18                      C. 72                      D. 144

**Zadanie 23. (0 – 1)**

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o polu równym 64. Pole powierzchni bocznej tego walca jest równe:

- A.  $32\pi$                       B.  $64\pi$                       C.  $128\pi$                       D.  $96\pi$

**Zadanie 24. (0 – 1)**

Ze zbioru cyfr {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} losujemy kolejno, bez zwracania, dwie cyfry i tworzymy liczbę dwucyfrową (pierwsza z wylosowanych cyfr jest cyfrą dziesiątek, druga – cyfrą jedności tej liczby). Ile można w ten sposób utworzyć liczb parzystych?

- A. 12                      B. 21                      C. 24                      D. 28

**Zadanie 25. (0 – 1)**

Rzucamy trzykrotnie symetryczną monetą. Określono zdarzenia A – orzeł wypadł co najwyżej dwa razy, B – orzeł wypadł co najmniej dwa razy. Wtedy:

- A.  $P(A) = P(B)$                       B.  $P(A) = 1 - P(B)$                       C.  $P(A) > P(B)$                       D.  $P(A) < P(B)$ .

## ZADANIA OTWARTE

**Zadanie 26. (0 – 2)**

Rozwiąż nierówność:  $-(x + 4)^2 - 1 < 2(x + 4)$ .

**Zadanie 27. (0 – 2)**

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych  $x, y$  prawdziwa jest nierówność:

$$y^2 + x^2 \geq 4(xy + y - y^2 - 1)$$

**Zadanie 28. (0 – 2)**

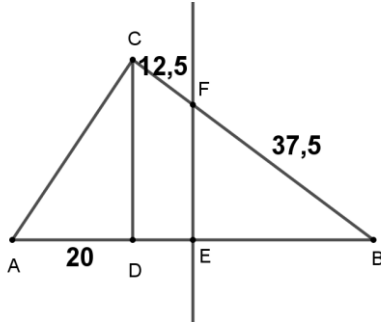
Ośią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji  $f(x) = 2x^2 + bx + c$  jest prosta  $x = \frac{1}{2}$ . Do wykresu funkcji  $f$  należy punkt  $(-1, 7)$ . Wyznacz współczynniki  $b$  i  $c$ .

**Zadanie 29. (0 – 2)**

W równoległoboku ABCD bok BC jest dwa razy dłuższy od boku AB. Punkt P jest środkiem boku BC. Uzasadnij, że  $\sphericalangle APD$  jest kątem prostym.

**Zadanie 30. (0 – 2)**

Różnica dwóch liczb jest równa 10, zaś suma kwadratów tych liczb wynosi 80. Oblicz iloczyn tych liczb.

**Zadanie 31. (0 – 2)**

W trójkącie ABC wysokość CD dzieli bok AB na odcinki AD i BD tak, że  $|AD| = 20$ . Symetralna boku AB przecina bok BC w punkcie F (rysunek obok). Wiedząc, że  $|CF| = 12,5$  i  $|BF| = 37,5$ , oblicz długość boku AB.

**Zadanie 32 (0 – 4)**

Dany jest stożek o objętości  $30\pi$ , w którym tworząca jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $\alpha$ . Wiedząc, że  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ , oblicz pole powierzchni całkowitej tego stożka.

**Zadanie 33 (0 – 5)**

Punkty  $A = (2, -1)$ ,  $B = (8, 3)$  i  $C = (3, 4)$  są wierzchołkami trapezu prostokątnego ABCD o kątach prostych przy wierzchołkach A i D. Oblicz współrzędne wierzchołka D oraz pole tego trapezu.

**Zadanie 34 (0 – 4)**

Ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  określony jest wzorem  $a_n = 6n - 2020$ , dla  $n \in N_+$ . Oblicz sumę wszystkich ujemnych wyrazów tego ciągu.